中山大学本科生期末考试

考试科目：《大学物理 I》（工科 A 卷）

学年学期：**2019** 学年第 **1** 学期　　　　姓　　名：________________

学　院/系：物理学院　　　　学　　号：________________

考试方式：闭卷　　　　年级专业：________________

考试时长：120 分钟　　　　班　　别：________________

任课老师：

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

-------------以下为试题区域，共 25 道小题，总分 100 分,考生请在答题纸上作答-------------

一、单选题（共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分）

1. 两个点电荷 Q1 和 Q2 固定在一条直线上。相距为 d，把第三个点电荷 Q3 放在 Q1，Q2 的延长线上，与 Q2 相距为 d，如若系统能使 Q3 保持静止，则 [C]

A) $Q1=2Q2$；　B) $Q1=-\sqrt{2}Q2$；　C) $Q1=-4Q2$；　D) $Q1=-2\sqrt{2}Q2$

2. 半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q，设无穷远处的电势为零，则球内距离球心为 r ($r<R$) 的 P 点处的电场强度的大小和电势为[D]

A) $E=0,U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；　B) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；

C) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$；　D) $E=0,U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

3. 下面说法正确的是[A]

A) 场强的方向总是从电势高处指向电势低处；

B) 等势面上各点场强的大小一定相等；

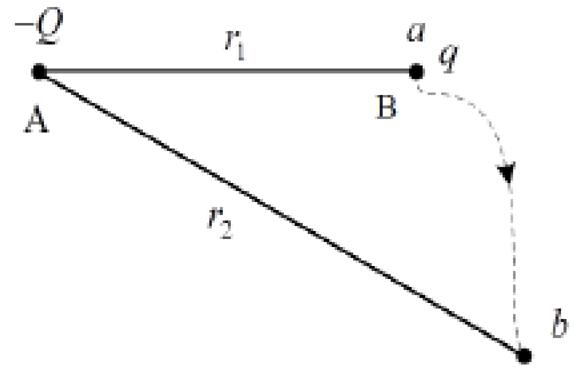
C) 在电势高处，电势能也一定大；

D) 电场强度大的地方，电势一定高；

4. 如图所示，在带电量为$-Q$的点电荷 A 的静电场中，将另一带电量为q 的试探点电荷从 a 点移到 b 点。a、b 两点距离点电荷 A 的距离分别为r_1和r_2。则移动过程中电场力做的功为 [C]

A) $\dfrac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$； B) $\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$ ；

C) $\dfrac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$ ； D) $\dfrac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0(r_2-r_1)}$



5. 导体处于静电平衡状态时以下哪种说法为错误的是 [D]

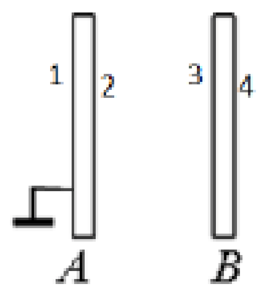
A) 导体内部及表面均无电荷定向运动； B) 导体是等势体，导体表面是等势面；

C) 导体表面的电场强度垂直于导体表面； D) 实心导体内部的电场变弱，但不为零；

6. 一块面积为 S 的很大金属平板 A 带有正电荷，电量为 Q，现把另一面积亦为 S 的不带电金属平板先平行放置在 A 板附近，然后再将 A 板接地，则如图所示，最终A、B 两板表面上的电荷面密度分别是 [A]

A) $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\sigma_4=0$； B) $\sigma=\dfrac{Q}{2S}=\sigma_2,\sigma_3=-\dfrac{Q}{2S}=-\sigma_4$ ；

C) $\sigma_1=\sigma_4=0,\sigma_2=\dfrac{Q}{S}=-\sigma_3$； D) $\sigma_1=\sigma_2=0,\sigma_3=\dfrac{Q}{S}=-\sigma_4$



7. 真空中有一半径为 R 的孤立金属导体球，当球上带电量为 Q 时，该体系具有的静电场能量为 [C]

A) $4\pi\varepsilon_0 RQ^2$； B) $\dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$ ； C) $\dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$ ； D) $\dfrac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$

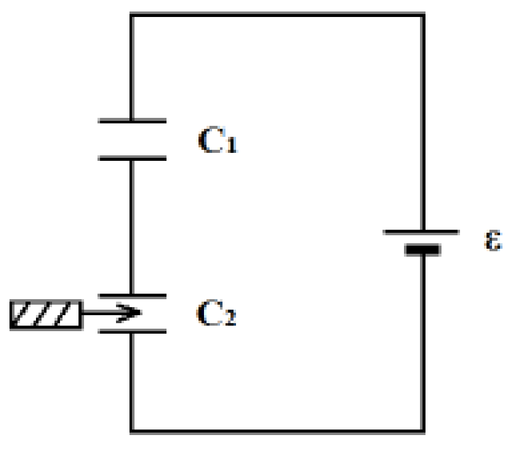
8. 两个空气电容器 C_1 和 C_2 串联以后接电源充电，在电源保持连接的情况下，在C2 中插入一块电介质板（如右图所示），则 [A]

A) C_1 极板上电荷增加，C_2 极板上电荷增加；

B) C_1 极板上电荷减少，C_2 极板上电荷增加；

C) C_1 极板上电荷增加，C_2 极板上电荷减少 ；

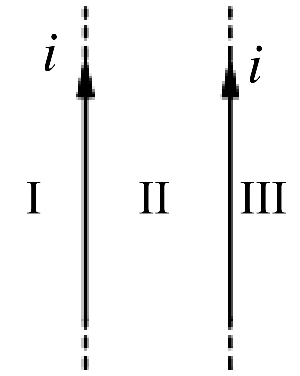
D) C_1 极板上电荷减少，C_2 极板上电荷减少；



9. 一平行板电容器两极板的面积都是S，相距为d，其间插有一厚度为t（t<d）的金属板与极板平行，且其放置面积亦是S，则该系统的电容大小是： [B]

A) $\frac{\varepsilon_0 S}{d}$；　　B) $\frac{\varepsilon_0 S}{d-t}$ ；　　C) $\frac{\varepsilon_0 S}{t}$ ；　　D) $\varepsilon_0 S(\frac{1}{t}-\frac{1}{d})$

10. 如图所示，两无穷大平行板上载有均匀分布的面电流，电流密度均为i，两电流平行且同向，则 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个区的磁感强度B 的分布为：[C]



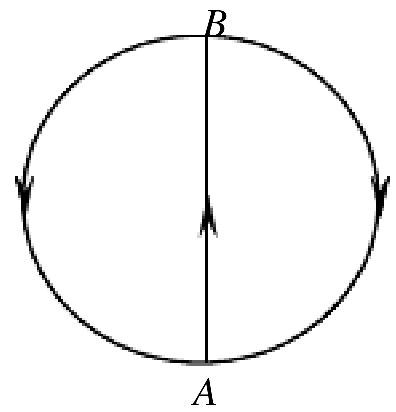
A) $B_1=0;B_2=\frac{\mu_0 i}{2};B_3=\mu_0 i$；　　B) $B_1=\frac{\mu_0 i}{2};B_2=0;B_3=\frac{\mu_0 i}{2}$ ；

C) $B_1=\mu_0 i;B_2=0;B_3=\mu_0 i$；　　D) $B_1=\mu_0 i;B_2=\mu_0 i;B_3=\mu_0 i$

11. 将一固定长度导线弯成一半径为R的单匝圆线圈，通以电流I，若将该导线弯成匝数为2的平面圆线圈，并通以同样的电流，则线圈中心的磁感应强度和线圈的磁矩分别为单匝圆线圈的：[B]

A) 4 倍和 1/8；　　B) 4 倍和 1/2 ；　　C) 2 倍和 1/4；　　D) 2 倍和 1/2

12. 如图所示，半径为R 的均匀导体球壳，内部沿球的直径方向有一载流直导线，电流I 从 A 流向 B 后，再沿球面均匀返回 A 点，如图所示，则下述说法中正确的是：[A]



A) 在 AB 线上的磁感应强度$\vec{B}=0$；

B) 球外的磁感应强度$\vec{B}=0$ ；

C) AB 线上的磁感应强度$B\neq 0$；

D) 只有在球心上的感应强度$\vec{B}=0$

13. 带电粒子以某一初速度进入均匀磁场中，若初速度v方向与磁场B方向成一个 $0<\theta<90^\circ$ 的夹角，则带电粒子将会受到磁场洛伦兹力的作用，在磁场中做 [D]

A) 变直径螺旋运动；　　B) 变速圆周运动；　　C) 匀速圆周运动；　　D) 等距螺旋运动

14. 已知α粒子的质量是质子的4倍，电量是质子的2倍，设它们的初速度为零，经相同的电压加速后，垂直进入匀强磁场作圆周运动，则α粒子与质子的运动半径比为：[C]

A) 1；　　B) 1/2；　　C) $\sqrt{2}$ ；　　D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

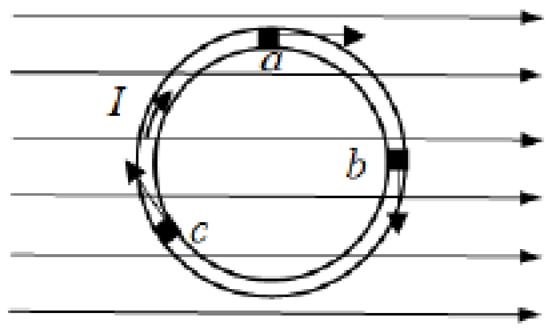
15. 真空中有两块相互平行的无限大均匀带同种电荷的薄平板，其中一块的电荷密度为σ，另一块的电荷密度为2σ，则两平板间的电场强度大小为 [D]

A) $\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$；　　B) $\frac{3\sigma}{\varepsilon_0}$；　　C) 0;　　D) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

16. 如图所示，一半径为R的圆形回路中通有电流I_2,另一无限长直载流导线AB中通有电流I_1,AB通过圆心，且与圆形回路在同一平面内，则圆形回路所受到的来自I_1的磁场力大小是[C]

A) F=0 ；　　B) $F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$；　　C) $F=\mu_0 I_1 I_2$；　　D) $F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2R}$

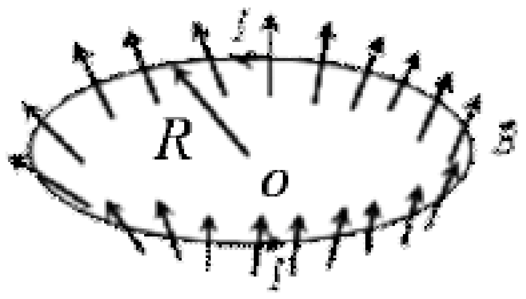
17. 如图所示，在磁感应强度为B的均匀磁场中，有一圆形载流导线，a、b、c是其上三个长度相等的电流元，则它们所受安培力的大小关系为 [B]



A) $F_a > F_b > F_c$ ；　　B) $F_b > F_c > F_a$；

C) $F_a < F_b < F_c$；　　D) $F_a > F_c > F_b$

18. 如图所示，一半径为R的导线圆环同一个径向对称的发散磁场处处正交，环上各个磁感应强度$\vec{B}$的大小相同，方向都与环平面的法向成θ角，设导线圆环通有顺时针方向的电流I，则磁场作用在此环上的合力大小和方向是 [A]



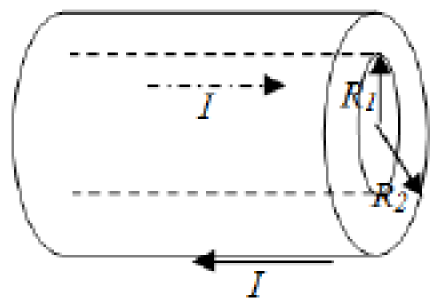
A) $F=2\pi RIB\sin\theta$ 垂直环面向上；

B) $F=2\pi RIB$ 垂直环面向上；

C) $F=2\pi RIB\sin\theta$ 垂直环面向下；

D) $F=2\pi RIB\cos\theta$ 沿环面背向圆心

19. 如图所示，一根无限长的同轴电缆线，其芯线的截面半径为R_1，相对磁导率为μ_{r1}，其中均匀地通过电流 I，在它的外面包有一半径为R_2的无限长同轴圆筒（其厚度可忽略不计），筒上的电流与前者等值反向，在芯线与导体圆筒之间充满相对磁导率为μ_{r2}的均匀不导电磁介质。则磁感应强度B在$R_1<r<R_2$区中的分布为 [C]



A) B=0 ；　　B) $B=\frac{\mu_0\mu_{r1} Ir}{2\pi R_1^2}$；

C) $B=\frac{\mu_0\mu_{r2} I}{2\pi r}$；　　D) $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

20. 关于均匀磁化磁介质中的磁感应强度$\vec{B}$和磁场强度$\vec{H}$，下列说法中错误的是 [D]

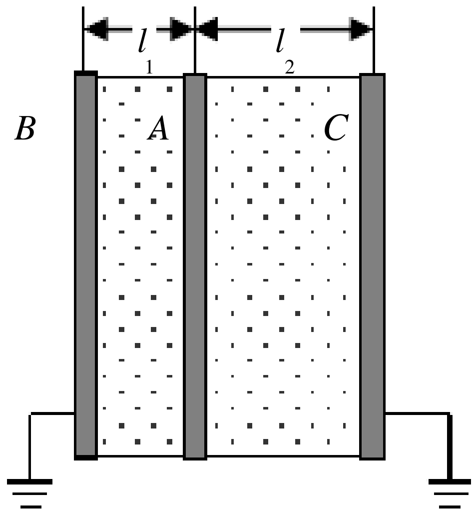
A) 无论抗磁质还是顺磁质，B 总是和 H 同方向；
B) 通过以闭合曲线L为边界的任意曲面的B通量均相等；
C) 若闭合曲线上各点的 H 均处处为 0，则该曲线所包围传导电流的代数和为 0；
D) 若闭合曲线内没有包围传导电流，则曲线上各点的 H 必处处为 0；

二、计算题（共 5 小题，共 60 分，每题12分）

21. 如图，三个平行金属板 A、B、C 面积均为 S，A、B 间相距 l_1，A、C 间相距 l_2，板与板中间充满介电常数为ε的均匀电介质。忽略边缘效应，如果使 B、C 两板都接地，并使 A 板带正电 Q，

求：（1）B、C 板上的感应电荷大小是多少；

（2）A，B 板间的电势差大小是多少



解：（1）由接地可知，电容器外电场必处处为 0，即，电位移矢量处处为 0，
因此根据高斯定理有：

$$D_3=\frac{Q+q_B+q_C}{S}=0 \quad （1）\cdots\cdots 2\text{ 分}$$

$$D_1=\varepsilon E_1=\frac{q_B}{S}\Rightarrow E_1=\frac{q_B}{\varepsilon S} \quad （2）\cdots\cdots 2\text{ 分}$$

$$D_2=\varepsilon E_2=\frac{q_C}{S}\Rightarrow E_2=\frac{q_C}{\varepsilon S} \quad （3）\cdots\cdots 2\text{ 分}$$

由于 $V_A=0-E_1l_1=0-E_2l_2\Rightarrow q_Bl_1=q_Cl_2$ （4）……2 分

(1)（4）联立，解方程得：$q_B=-\frac{l_2}{l_1+l_2}Q$，$q_C=Q-q_B=-\frac{l_1}{l_1+l_2}Q$……2 分

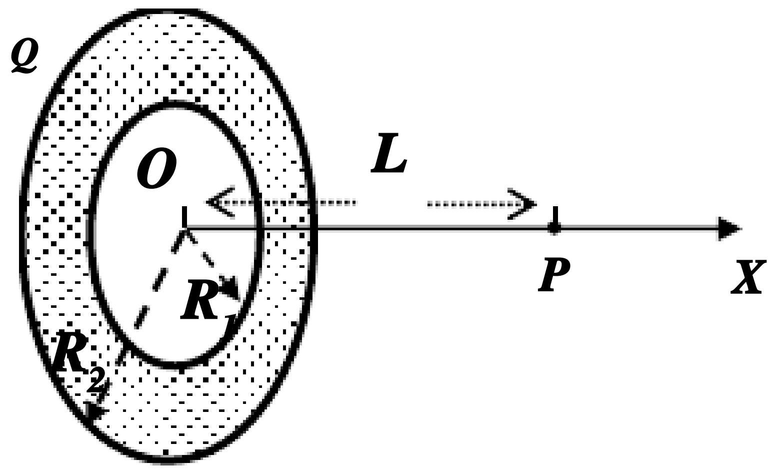
(2) $V_A=-E_1l_1=-\frac{q_Bl_1}{\varepsilon S}=\frac{l_1l_2Q}{(l_1+l_2)\varepsilon S}$……2 分

22. 已知：内径为 $\boldsymbol{R_1}$，外径为 $\boldsymbol{R_2}$ 的匀质空心薄圆环上均匀分布有总电荷量为 $\boldsymbol{Q}$ 的表面电荷。过盘心垂直于盘面的 X 轴上有一点 P，它与盘心 O 的距离为 $\boldsymbol{L}$ 。 请求出：

（1）半径为 r（R_1<r< R_2），宽带为 dr 的细圆环的电荷量是多少?

（2）P 点处的电势 V_P 是多少?

（3）P 点处的电场场强 E_P 是多少？；



提示: $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}dx = \sqrt{x^2+a^2}+C$

$\boldsymbol{(uv)' = u'v + uv'}$

$\boldsymbol{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$

解：（1）如图取坐标 *OX* 过盘心垂直于盘面，原点 *O*，在盘面取一距圆心为 *r*，宽度为 *dr* 的圆环带，易知圆环带面积 $ds = 2\pi r dr$ ，其上带电量为：

$$dq = \sigma ds = \frac{Q}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}ds = \frac{2Qrdr}{(R_2^2 - R_1^2)}$$ ————（ 2分）

（2）由此得微元带 $\boldsymbol{dq}$ 在 **P** 点产生的电势为：

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 t} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{L^2+r^2}} = \frac{Qrdr}{2\pi\varepsilon_0(R_2^2 - R_1^2)\sqrt{L^2+r^2}}$$ ————（ 2分）

所以整个带点圆盘在 $\boldsymbol{P}$ 点产生的电势为：

$$V_P = \int dV = \int_{R1}^{R2}\frac{Qrdr}{2\pi\varepsilon_0(R_2^2 - R_1^2)\sqrt{L^2+r^2}} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0(R_2^2 - R_1^2)}(\sqrt{L^2+R_2^2} - \sqrt{L^2+R_1^2})$$ ——（ 2分）

（3）根据 $\boldsymbol{P}$ 点的电势，易知 **X** 轴上电势与坐标的函数关系为：

$$\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(\sqrt{x^2+R_2^2} - \sqrt{x^2+R_1^2})$$ ———（2分）

因此，根据电势梯度法则，有

$$E(x) = -\frac{dV}{dx} = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(\frac{1}{2}\frac{2x}{\sqrt{x^2+R_2^2}} - \frac{1}{2}\frac{2x}{\sqrt{x^2+R_1^2}}) = \frac{Qx}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}})$$

—（ 2分）

由此可得 P 点处的场强为：

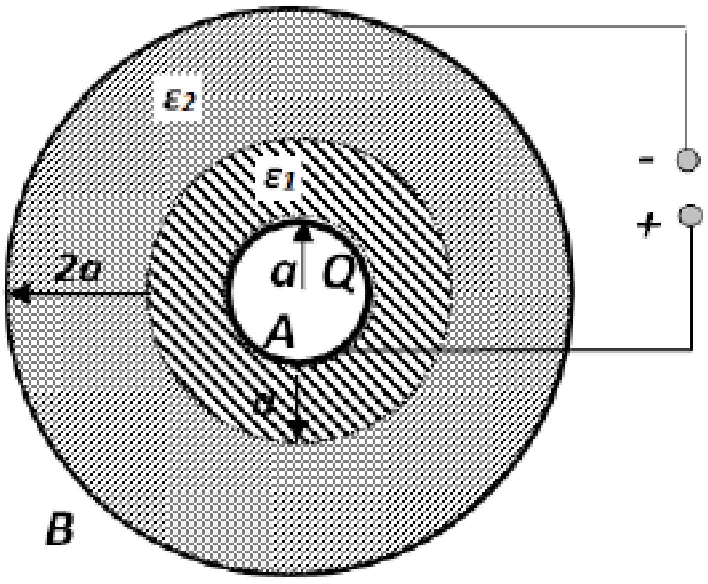
$$E_P = \frac{QL}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(\frac{1}{\sqrt{L^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{L^2+R_2^2}})$$ ————（ 2分）

23. 已知 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 为同心放置的两薄导体球壳（球壳厚度忽略）,其半径分别为 a、$4a$,两球壳间充满两层不同的均匀电介质 1 和 2，它们的厚度分别为 a 和 $2a$，绝对介电常数分别为 ε_1 和 ε_2。A 和 B 之间接一电源，使 A 球壳上带有电量 $+Q$。则：

（1）请求出 $r=3a$ 处介质面上的电场强度 $\vec{E}$ 和电位移矢量 $\vec{D}$ 的大小？

（2）请给出 $\boldsymbol{AB}$ 球壳面间的电势 U_{AB} 大小是多少？

（3）请计算出两导体球壳 **AB** 间的电容 C_{AB} 大小是多少？



解：(1) 作一闭合球面包围 $r=a$ 处的介质面，则由有介质时的高斯定理，

知：$\oint \vec{D}\cdot d\vec{s}=Q$ ——（ 2分）

所以 $r=3a$ 处的 D 满足：$D\cdot 4\pi(3a)^2=Q$，$\therefore D=\dfrac{Q}{36\pi a^2}$ ————（ 2分）

由 D 可得到电场强度 $\vec{E}$ 的大小为：$E=\dfrac{D}{\varepsilon_2}=\dfrac{Q}{36\varepsilon_2\pi a^2}$ ————（2 分）

(2) 利用上题所解答案，由高斯定理可得球壳间的电场为：

$E_1=\dfrac{Q}{4\varepsilon_1\pi r^2}$ （$a<r<2a$），$E_2=\dfrac{Q}{4\varepsilon_2\pi r^2}$ （$2a<r<4a$） ———（2分）

所以 $\boldsymbol{A}$ 球壳面上的电势 U_A 为：

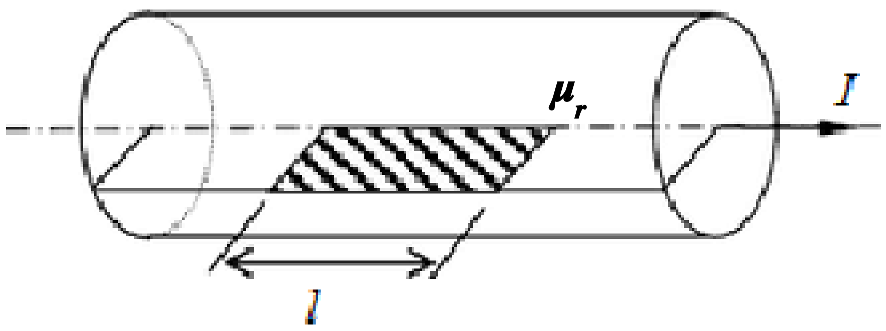
$$U_A=\int_a^{4a}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_a^{2a}\frac{Qdr}{4\pi\varepsilon_1 r^2}+\int_{2a}^{4a}\frac{Qdr}{4\pi\varepsilon_2 r^2}=\frac{Q}{4\pi}\left[\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{2a}\right)+\frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{1}{2a}-\frac{1}{4a}\right)\right]=\frac{Q(2\varepsilon_2+\varepsilon_1)}{16\pi a\varepsilon_1\varepsilon_2}$$

——（ 2分）

（3）利用（2）中所解出的答案 $U_{AB}=\dfrac{Q(2\varepsilon_2+\varepsilon_1)}{16\pi a\varepsilon_1\varepsilon_2}$

则球形电容器的电容量 C_{AB} 为：$C_{AB}=\dfrac{Q}{U_{AB}}=\dfrac{Q\cdot 16\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 a}{Q(4\varepsilon_2+\varepsilon_1)}=\dfrac{16\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 a}{2\varepsilon_2+\varepsilon_1}$ ————（ 2分）

24. 如图所示，强度为$\boldsymbol{I}$ 的电流均匀地流过半径为R的圆柱形长直导线，已知该导线中充满了相对磁导率为$\boldsymbol{\mu_r}$的均匀磁介质，试计算长度为l的导线内的磁场通过图中所示剖面（以半径R为一边，长l为另一边的矩形剖面）的磁通量大小。



解：先求圆柱内磁场分布:
取半径为 r 的同轴圆形环路($r<R$)，根据安培环路定理

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\cdot 2\pi r = I\frac{r^2}{R^2}，\quad --2\text{ 分}$$

得 $H=\dfrac{Ir}{2\pi R^2}$ ——2 分，从而可知$B=\mu_0\mu_r H=\dfrac{\mu_0\mu_r Ir}{2\pi R^2}$——2 分

取长为 l, 宽为 r~r+dr 的面积元，通过其中的磁通量:

$$\mathrm{d}\Phi = Bl\mathrm{d}r \qquad ——— \quad 3\text{ 分}$$

则总磁通量：

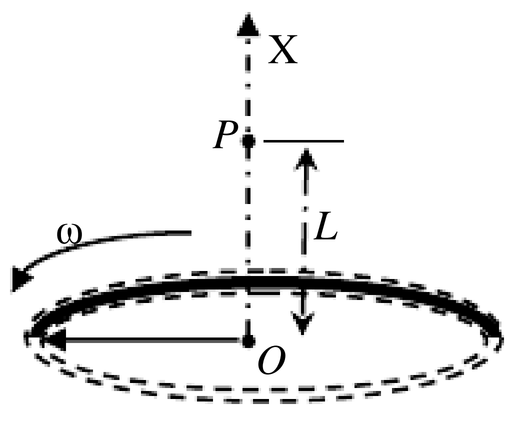
$$\Phi=\int_0^R \frac{\mu_0\mu_r Il}{2\pi R^2} rdr = \frac{\mu_0\mu_r Il}{4\pi} \qquad 3\text{ 分}$$

25. 图所示，一条有着微小截面（截面积为$\boldsymbol{S}$）的匀质细线整体均匀带正电，其中电荷线密度为$\boldsymbol{\lambda(\lambda>0)}$，将该细线放入一半径为$\mathbf{R}$的圆环导轨中，其刚好为圆环导轨周长的一半。使该细线绕导轨圆心O以角速度ω在导轨内做逆时针方向匀速圆周转动。已知该细线的截面半径和圆周半径R相比可以忽略，且圆环导轨所在圆平面上有一过圆心O的垂直向上的中轴线X，其上有一点P与圆环平面的距离为$\boldsymbol{L}$。求：

（1）此带电细线作圆周运动所产生的的电流密度$\boldsymbol{j}$ 的大小?

（2）圆心O点处的磁感应强度$\boldsymbol{B_0}$的大小及方向?

（3）中轴线X上P点距离圆环平面的距离为L，则该点的磁感应强度$\boldsymbol{B_P}$的大小及其方向?



解：〈1〉 已知电荷线密度为λ，则当细线以角速度 ω旋转时，其产生的电流强度为：

$$I=\int_l \lambda\cdot\frac{\omega}{2\pi}dl=\lambda\cdot\frac{\omega}{2\pi}\pi R=\frac{\lambda\omega R}{2}$$ ————2 分

因此电流密度大小为： $j=\frac{I}{S}=\frac{\lambda\omega R}{2S}$ ————2 分

〈2〉 因带电圆环旋转后形成圆电流，根据〈1〉可知圆环的电流 $I=\frac{\lambda\omega R}{2}$

环电流在轴线上 0 点处产生的磁感应强度计算公式，参照圆环中电流与0 点的关系，根据毕奥－萨伐尔定律：$dB_O=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\lambda\omega Rdl}{2R^2}$，**由右手螺旋法则可知，其方向均为垂直圆环平面向上**

————2 分

所以 $B_o=\int_l dB_O=\frac{\mu_0}{8\pi}\frac{\lambda\omega R}{R^2}2\pi R=\frac{\mu_0\lambda\omega}{4}$，**方向为垂直圆环平面向上（沿 X 轴线正方向）** ——2 分

〈3〉根据（2）中的计算以及对 X 轴上 P 点与环上任意一电流源所产生的磁感应强度的三角关系，根据毕奥－萨伐尔定律以及矢量叠加原理，P 点处磁感应强度在 X 轴线上的投影为：

$$dB_P=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}\cos\theta=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\lambda\omega Rdl}{2(R^2+L^2)}\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}}$$ ————2 分

所以 $B_P=\int_l dB_X=\frac{\mu_0}{8\pi}\frac{\lambda\omega R\cdot R}{(R^2+L^2)^{\frac{3}{2}}}2\pi R=\frac{\mu_0\lambda\omega R^3}{4(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

其**方向为垂直圆环平面向上（沿 X 轴线正方向）**

————2 分